

## VIII. Résoudre oralement des problèmes

Au cours des séances de calcul mental, il est intéressant de faire résoudre aux élèves des problèmes à l'oral avec des petits nombres. Contrairement à certaines idées reçues, ce n'est pas l'opération mathématique en tant que telle qui constitue la principale difficulté de résolution d'un problème arithmétique : un problème utilisant une addition n'est pas nécessairement plus simple qu'un problème utilisant une soustraction, comme un problème de multiplication n'est pas nécessairement plus facile qu'un problème de division.

Différents paramètres déterminent le degré de complexité d'un problème. Outre, la nature et la taille des nombres, c'est principalement la structure mathématique qui influe sur sa résolution, c'est-à-dire les relations qui existent entre les données du problème.

Nous nous sommes appuyés sur la classification des problèmes de G. Vergnaud pour concevoir une progression dans la résolution de ces problèmes, tout au long de l'année. Nous appelons problèmes additifs les problèmes arithmétiques simples qui se résolvent par une addition ou une soustraction puisqu'ils relèvent d'un même champ conceptuel, celui des structures additives. De même, nous appelons problèmes multiplicatifs ceux qui se résolvent par une multiplication ou une division constituant ainsi le champ des structures multiplicatives.

### Les structures additives travaillées au CE1

Les problèmes choisis font appel à plusieurs des structures additives. Au sein d'une même structure, suivant la place des données et du nombre sur lequel porte la question, on obtient différents problèmes dont la difficulté varie : pour les résoudre, on utilise une addition ou une soustraction.

#### Les problèmes de composition d'états (partie - partie-tout)

On considère les situations qui portent sur 3 grandeurs : deux états se composent pour donner un troisième état. Il s'agit d'une composition statique qui relie des éléments simultanés : les parties et le tout. Suivant la place du nombre sur lequel porte la question, on opérera avec une addition ou avec une soustraction.

<i>Les deux parties connues, recherche du tout.</i>	<i>Une partie et le tout connus, recherche de l'autre partie.</i>
<p><b>Exemple 7</b> : Léo a 6 billes bleues et 4 billes rouges. <b>Combien a-t-il de billes en tout ?</b></p>	<p><b>Exemple 8</b> : Léo a 6 billes. 4 de ses billes sont bleues et les autres sont rouges. <b>Combien a-t-il de billes rouges ?</b></p>

Les problèmes de transformation

Une transformation opère sur un état initial pour donner un état final. C'est une composition dynamique qui relie des éléments en faisant intervenir une composante temporelle. Cette transformation peut être positive (une augmentation) ou négative (une diminution).

<i>Etat initial connu, augmentation (ou diminution) connue, recherche de l'état final.</i>	
<p><b>Exemple 1 :</b> Max avait 6 crayons. Lola lui en donne 3. <b>Combien en a-t-il maintenant ?</b></p>	<p><b>Exemple 2 :</b> Max avait 6 crayons. Il en donne 3 à Lola. <b>Combien en a-t-il maintenant ?</b></p>
<i>Etat initial connu, état final connu, recherche de la transformation (augmentation ou diminution).</i>	
<p><b>Exemple 3 :</b> Max avait 6 crayons le matin. Lola lui en donne et le soir il en a 8. <b>Combien Lola lui en a-t-elle donné ?</b></p>	<p><b>Exemple 4 :</b> Max avait 6 crayons le matin. Il en donne à Lola et après, il en a 4. <b>Combien en a-t-il donné à Lola ?</b></p>
<i>Transformation connue (augmentation ou diminution), état final connu, recherche de l'état initial.</i>	
<p><b>Exemple 5 :</b> Max avait des crayons le matin. Lola lui en donne 6 et le soir, il en a 20. <b>Combien avait-il de crayons le matin ?</b></p> <p>... + 6 = 20 ou 20 - 6 = ...</p>	<p><b>Exemple 6 :</b> Max avait des crayons le matin. Il en donne 6 à Lola et le soir, il en a 20. <b>Combien avait-il de crayons le matin ?</b></p> <p>... - 6 = 20 ou 20 + 6 = ...</p>

Les problèmes de comparaison additive

C'est une situation où on compare deux états : un référent et un référé. La relation de comparaison est presque toujours donnée par une expression de type « de plus que » ou « de moins que ». C'est une relation statique. Suivant la place du nombre sur lequel porte la question, on opérera avec une addition ou avec une soustraction.

<i>Référent connu, relation connue (plus ou moins), recherche du référé.</i>	
<p><b>Exemple 9 :</b> Léo a 5 crayons. Lola en a 2 de plus que Léo. <b>Combien de crayons a Lola ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">5</span> ↓</p> <p>Lola <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">?</span></p> <p style="margin-left: 100px;"><span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">+ 2</span> → <span style="background-color: #ADD8E6; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px;">5 + 2 = ...</span></p>	<p><b>Exemple 10 :</b> Léo a 5 crayons. Lola en a 2 de moins que Léo. <b>Combien de crayons a Lola ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">5</span> ↓</p> <p>Lola <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">?</span></p> <p style="margin-left: 100px;"><span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">- 2</span> → <span style="background-color: #ADD8E6; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px;">5 - 2 = ...</span></p>
<i>Référent et référé connus, recherche de la relation.</i>	
<p><b>Exemple 11 :</b> Léo a 5 crayons. Lola a 8 crayons. <b>Qui en a le plus ? Combien en plus ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">5</span> ↓</p> <p>Lola <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">8</span></p> <p style="margin-left: 100px;"><span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">+ ?</span> → <span style="background-color: #ADD8E6; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px;">5 + ... = 8</span></p>	<p><b>Exemple 12 :</b> Léo a 5 crayons. Lola a 2 crayons. <b>Qui en a le moins ? Combien en moins ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">5</span> ↓</p> <p>Lola <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">2</span></p> <p style="margin-left: 100px;"><span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">- ?</span> → <span style="background-color: #ADD8E6; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px;">5 - ... = 2</span></p>
<i>Référé et relation connus, recherche du référent.</i>	
<p><b>Exemple 13 :</b> Léo a des crayons. Lola a 8 crayons. Elle en a 3 de plus que Léo. <b>Combien de crayons a Léo ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">?</span> ↓</p> <p>Lola <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">8</span></p> <p style="margin-left: 100px;"><span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">+ 3</span> → <span style="background-color: #ADD8E6; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px;">... + 3 = 8</span></p>	<p><b>Exemple 14 :</b> Léo des crayons. Lola a 8 crayons. Elle en a 3 de moins que Léo. <b>Combien de crayons a Léo ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">?</span> ↓</p> <p>Lola <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">8</span></p> <p style="margin-left: 100px;"><span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; display: inline-block; width: 30px; text-align: center;">- 3</span> → <span style="background-color: #ADD8E6; padding: 5px; display: inline-block; width: 100px;">... - 3 = 8</span></p>

### Les problèmes de composition d'augmentations

Deux transformations se composent pour donner une autre transformation. Il s'agit ici de commencer avec deux augmentations qui sont connues et de rechercher l'augmentation finale.

**Les deux augmentations connues, recherche de l'augmentation finale**

**Exemple 11** : Lola a d'abord gagné 6 billes puis encore 2.  
**Combien a-t-elle gagné de billes au final ?**

$+6$        $+2$

$6 + 2 = \dots$

$?$

## Les structures multiplicatives travaillées au CE1

Les problèmes choisis font appel à plusieurs des structures multiplicatives et au sein d'une même structure, suivant la place des données et du nombre sur lequel porte la question, on obtient différents problèmes dont la difficulté varie : pour les résoudre, on utilise une multiplication ou une division.

### Les problèmes de comparaison multiplicative

Les relations entre les données définissent une comparaison numérique entre deux grandeurs de même nature : donc cette relation est donnée sous la forme d'un nombre sans unité, C'est une comparaison qui relie deux états : un référé et un référent. La relation de comparaison est statique et presque toujours donnée par une expression de type « fois plus que » ou « fois moins que ». La structure mathématique est simple mais la complexité de ces expressions rend l'interprétation des énoncés difficile : par exemple, « fois plus » peut être confondue avec « de plus » et associée à une structure additive.

<b>Rapport connu, recherche d'une des grandeurs.</b>	
<b>Recherche du référé</b>	
<p><b>Exemple 1 :</b> Léo a 15 billes. Max en a 3 fois plus que Léo. <b>Combien Max a-t-il de billes ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">x 3</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15 x 3 = ...</span></p> <p>Max <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">?</span></p>	<p><b>Exemple 2 :</b> Léo a 15 billes. Max en a 3 fois moins que Léo. <b>Combien Max a-t-il de billes ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">: 3</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15 : 3 = ...</span></p> <p>Max <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">?</span></p>
<b>Recherche du référent</b>	
<p><b>Exemple 3 :</b> Max a 3 fois plus de billes que Léo. Max a 15 billes. <b>Combien Léo a-t-il de billes ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">?</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">x 3</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15 = ... x 3</span></p> <p>Max <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15</span></p>	<p><b>Exemple 4 :</b> Max a 3 fois moins de billes que Léo. Max a 15 billes. <b>Combien Léo a-t-il de billes ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">?</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">: 3</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">... : 3 = 15</span></p> <p>Max <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15</span></p>
<b>Grandeurs connues, recherche du rapport</b>	
<p><b>Exemple 5 :</b> Lola a 6 crayons. Nora en a 18. <b>Qui en a le plus ? Combien de fois plus ?</b></p> <p>Lola <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">6</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">x ?</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">6 x ... = 18</span></p> <p>Nora <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">18</span></p>	<p><b>Exemple 6 :</b> Lola a 16 crayons. Nora en a 8. <b>Qui en a le moins ? Combien de fois moins ?</b></p> <p>Lola <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">16</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">: ?</span> <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">16 : ... = 8</span></p> <p>Nora <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">8</span></p>