

CM1-ACP5 : distinguer les différentes structures additives (type II)

Introduction des comparaisons Guide pédagogique

Objectifs

- Amener les élèves à dégager des invariants mathématiques pour identifier des catégories de problèmes dont la structure est dite additive.
- Dans cet atelier il s'agit d'identifier les principales classes de situations additives : les compositions, les transformations et les comparaisons.

Éclairage didactique

L'objectif ici est de conduire les élèves à construire et utiliser des répertoires de situations additives **en identifiant leur structure**.

Cette démarche de résolution évite de traduire trop rapidement un mot par une opération mathématique (par exemple traduire l'expression « *de plus* » par une addition), stratégie qui ne constitue une stratégie efficace que dans très peu de situations. Une fois la structure identifiée, plusieurs procédures de résolution méritent d'être testées avant l'utilisation des procédures expertes de l'addition ou de la soustraction : il a été choisi de privilégier l'addition afin que le classement ne soit pas parasité par l'opération mathématique à effectuer.

Déroulement

Phase 1

Lire les problèmes, non pas pour les résoudre*, mais pour les classer en trois catégories de problèmes : les transformations, les compositions d'états (plusieurs parties et un tout) et les comparaisons additives.

Cette phase de lecture et de classement peut être organisée en deux temps : un premier temps de lecture individuelle pour permettre aux élèves de s'appropriier la tâche, puis un second temps en groupe de trois par exemple, au cours duquel les élèves effectuent le classement en fonction de leurs critères. Ils peuvent mettre en page le résultat de leur recherche sur une affiche sur laquelle ils collent les problèmes découpés au préalable et donnent un titre à leur classement, pour présentation en phase 2 à la classe.

Phase 2

Instaurer un débat à partir des hypothèses proposées par les élèves du groupe pour trouver un accord et en extraire des caractéristiques de chaque classe (transformation, comparaison, composition d'états nommée aussi partie-partie-tout).

L'enseignant peut organiser la mise en commun en choisissant une première affiche. Les concepteurs de l'affiche expliquent leur « classement ». Puis l'enseignant demande aux autres élèves de préciser s'ils sont d'accord ou pas avec le classement proposé pour lancer le débat. *Des groupes ont-ils proposé le même classement ? Des classements différents ?* Les propositions de chaque groupe sont discutées, l'enseignant menant les échanges : Il peut par exemple accepter les classements par histoire « *grouper les histoires de billes ensemble, les histoires de fleurs...* », accepter les classements par données numériques « *les problèmes qui ont les mêmes nombres dans l'énoncé...* » mais amener ensuite les élèves à réfléchir à un autre classement possible. Le principe est d'amener les élèves à se centrer sur la structure du problème et à grouper les problèmes où il y a une transformation, les problèmes où l'on compare deux éléments et les problèmes où l'on groupe des parties, on cherche un tout, une partie du tout.

Phase 3

Trace écrite individuelle libre : chacun doit retrouver dans quelle classe il range les problèmes. L'enseignant cache les traces de la recherche collective pour permettre ce travail.

La résolution par le calcul n'est pas le but de l'activité mais peut être effectuée lorsque les élèves se sont approprié la classification des problèmes.

** Bien qu'il soit intéressant d'inciter vivement les élèves à chercher la structure sans passer par la résolution arithmétique des problèmes, certains élèves commenceront tout de même par les résoudre... L'objectif de l'enseignant alors, même s'il y a eu résolution en phase 1, est d'orienter le débat en phase 2 sur les structures des problèmes et non pas sur leur résolution avec calcul.*

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier

Des obstacles peuvent survenir au niveau :

De la représentation de la tâche :

L'élève doit se représenter la tâche (reconnaître la structure du problème) et ne pas s'enfermer dans des classements sémantiques (les problèmes de billes ensemble, les problèmes d'argent ensemble...) ni dans un classement selon les opérations mathématiques (addition ou soustraction).

Il risque d'être nécessaire à un moment donné de l'atelier « d'empêcher » les élèves de donner l'opération afin de les recentrer encore une fois sur la structure elle-même.

Des connaissances linguistiques pour caractériser les classes de situations :

- **Les transformations** : le déroulement temporel indiqué par **les temps des verbes** différents ou les **locutions adverbiales** (avant/après, au début/à la fin, le matin/l'après-midi, hier/aujourd'hui ...) et l'aspect réversible indiqué par des **verbes d'action réversibles** (gagner/perdre, avancer/reculer, augmenter/diminuer...)
- **Les compositions d'états (ou partie-partie-tout)** : l'aspect de simultanéité, la présence d'un tout indiquée par des mots comme **ensemble, en tout** ..., la présence de parties indiquées ou non (des perles rouges ou bleues, des garçons ou des filles, des élèves dans ou hors de la classe...)
- **Les comparaisons** : les formulations utilisant les mots « plus » ou « moins » sont diverses et demandent d'être discutées avec les élèves (**de plus que, en plus, de moins que, en moins**). *Ces expressions ne sont pas du même type que « au moins, au plus » qui n'amènent pas à une comparaison.*

Des connaissances mathématiques pour caractériser les classes de situations :

- Pour les comparaisons, il est souvent difficile de distinguer le **réfèrent** (qu'on pourra identifier comme l'élément auquel on compare) du **référé** (qu'on pourra identifier comme celui qu'on compare) car les élèves peuvent confondre des formulations comme « **A a 3 jetons de plus que B** » et « **B a 3 jetons de plus que A** »
- De plus, dans l'expression « **A a 3 jetons de plus que B** », **trois aspects sont à prendre en compte** :
 - Identifier **les deux éléments** (A et B)
 - Identifier **la relation de comparaison qui les unit** (3 de plus que),
 - Traduire cette **relation (l'écart de trois)** par un ajout de 3 (**+3**) ou un retrait de 3 (**-3**) selon que l'on parle du référé ou du réfèrent.
- Dans un premier temps, nous abordons la catégorisation des 3 structures additives en nous limitant à des transformations positives dont on recherche l'état final, à des compositions dont on recherche le tout et à des comparaisons « de plus que » dont on recherche uniquement le référé.

Dans la classe des comparaisons, un travail complémentaire sera effectué dans les prochains ACP de type II.

Ce que l'élève doit savoir faire

Ce n'est pas **une résolution numérique des situations** qui est attendue mais plutôt que l'élève apprenne à :

- Se faire une représentation mentale de la tâche
- Justifier ses choix en identifiant les caractéristiques de chaque catégorie
- Se construire un répertoire de situations additives avec au final trois catégories

Prolongements de la séance

Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entraîner.

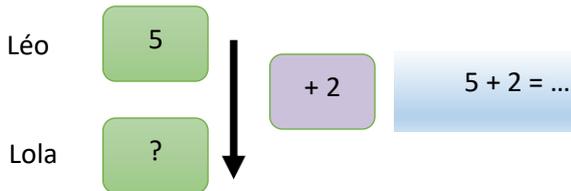
Les problèmes de comparaisons additives

C'est une situation où on compare deux états : un référé et un référent. La relation de comparaison est presque toujours donnée par une expression de type « de plus que » ou « de moins que ». C'est une relation statique. Suivant la place du nombre sur lequel porte la question, on opérera avec une addition ou avec une soustraction.

Référent connu, relation connue (plus ou moins), recherche du référé.

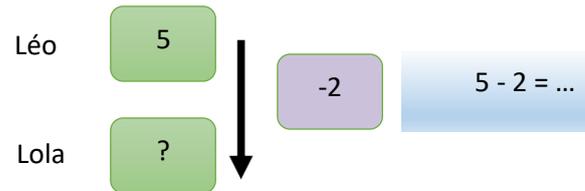
Exemple 9 : Léo a 5 crayons. Lola en a 2 de plus que Léo.

Combien de crayons a Lola ?



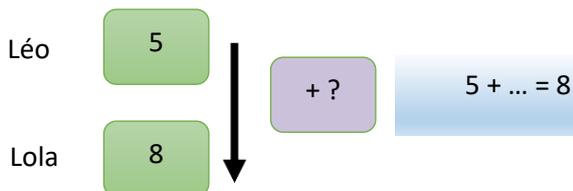
Exemple 10 : Léo a 5 crayons. Lola en a 2 de moins que Léo.

Combien de crayons a Lola ?

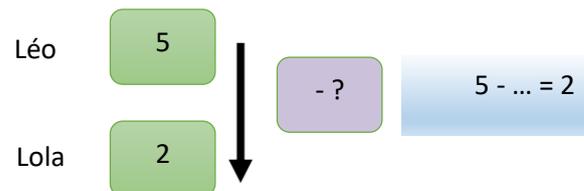


Référent et référé connus, recherche de la relation.

Exemple 11 : Léo a 5 crayons. Lola a 8 crayons. Qui en a le plus ? Combien en plus ?



Exemple 12 : Léo a 5 crayons. Lola a 2 crayons. Qui en a le moins ? Combien en moins ?

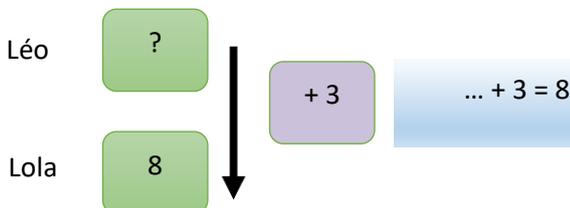


Référé et relation connus, recherche du référent.

Exemple 13 :

Léo a des crayons. Lola a 8 crayons. Elle en a 3 de plus que Léo.

Combien de crayons a Léo ?



Exemple 14 :

Léo des crayons. Lola a 8 crayons. Elle en a 3 de moins que Léo.

Combien de crayons a Léo ?

