

CM2-ACP19-Problèmes de proportionnalité-utiliser les rapports inverses (type II) Guide pédagogique

Objectifs :

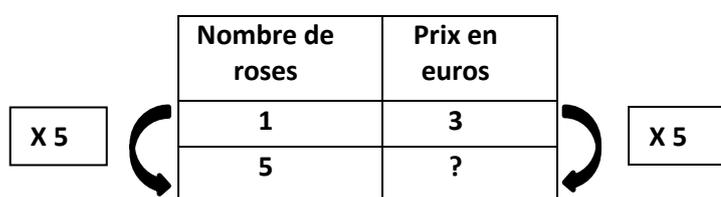
- Reprendre les situations multiplicatives qui relèvent de la proportionnalité en focalisant sur le **changement de registre**, c'est-à-dire passer d'un problème donné sous forme de texte au même problème donné sous forme d'un tableau et réciproquement.
- Travailler particulièrement sur **la réversibilité des relations** dans le tableau de proportionnalité (multiplication/division)
- Identifier les situations pour lesquelles il est **intéressant voire nécessaire** d'utiliser les relations inverses ou non.

Eclairage didactique

Nous avons déjà travaillé les problèmes multiplicatifs simples de proportionnalité en étudiant des problèmes qui mettent en relation deux grandeurs de même nature ou deux grandeurs de nature différente.

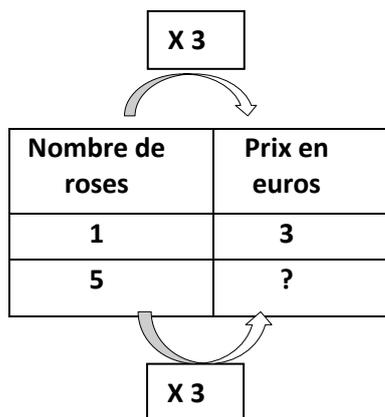
Nous avons mis l'accent sur le fait **qu'entre deux lignes**, c'est la même multiplication qui fait passer d'un nombre d'une ligne au nombre correspondant (avec le rapport de comparaison)

Exemple :



Puis nous avons étudié le fait **qu'entre deux colonnes**, c'est la même multiplication qui fait passer d'un nombre d'une colonne au nombre correspondant (avec le coefficient de proportionnalité).

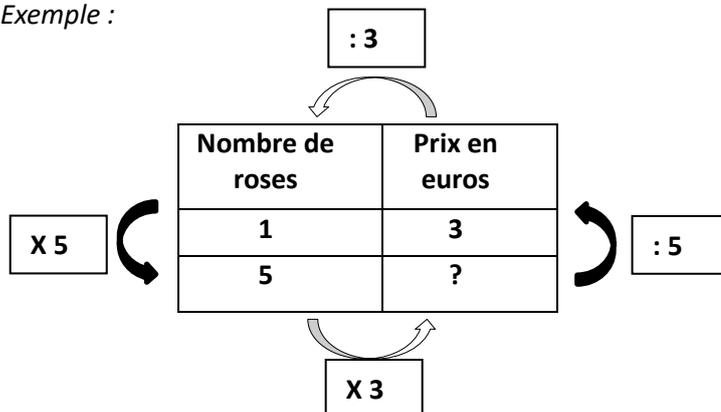
Exemple :



Nous mettons maintenant l'accent **sur la réversibilité des relations** dans les situations de proportionnalité, observation qui va trouver toute son utilité pour résoudre ces situations.

Les élèves sont amenés à travailler sur **le sens des flèches**, et à utiliser la propriété que **lorsque l'on multiplie par un nombre dans un sens, on divise par le même nombre dans l'autre sens**.

Exemple :



D'autre part, une fois la relation de réversibilité identifiée, nous amenons les élèves à choisir les relations qui sont les plus simples à calculer et le sens dans lequel elles sont les plus utiles :

Exemple 1 :

- Un chocolatier fabrique des chocolats qu'il range par boîte de 6 chocolats. Il a rangé 60 chocolats. Combien de boîtes a-t-il utilisées ?

x 6

Nombre de boîtes	Nombre de chocolats
1	6
?	60

: 6

<p><i>Un chocolatier fabrique des chocolats qu'il range par boîte de 6 chocolats.</i> D'où le placement de 1 de 6 et la relation multiplicative à trouver entre 1 et 6 soit : multiplié par 6</p>	<p><i>Il a rangé 60 chocolats</i> <i>Combien de boîtes a-t-il utilisé ?</i> D'où le placement de 60 et de ?</p>	<p>Pour trouver la valeur du point ? Il faut utiliser, cette fois-ci, la relation multiplicative inverse entre 60 et ? soit : divisé par 6</p>																		
<p>x 6</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #cccccc;">Nombre de boîtes</th> <th style="background-color: #cccccc;">Nbre de chocolats</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">6</td> </tr> <tr> <td style="height: 20px;"></td> <td style="height: 20px;"></td> </tr> </tbody> </table>	Nombre de boîtes	Nbre de chocolats	1	6			<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #cccccc;">Nombre de boîtes</th> <th style="background-color: #cccccc;">Nbre de chocolats</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">6</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">?</td> <td style="text-align: center;">60</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre de boîtes	Nbre de chocolats	1	6	?	60	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #cccccc;">Nombre de boîtes</th> <th style="background-color: #cccccc;">Nbre de chocolats</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">6</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">60</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">: 6</p>	Nombre de boîtes	Nbre de chocolats	1	6	10	60
Nombre de boîtes	Nbre de chocolats																			
1	6																			
Nombre de boîtes	Nbre de chocolats																			
1	6																			
?	60																			
Nombre de boîtes	Nbre de chocolats																			
1	6																			
10	60																			

Dans d'autres cas, les relations inverses ne sont pas utiles

Exemple 2 :

Un chocolatier fabrique des chocolats qu'il range par boîte de 6 chocolats. Quand il a terminé de mettre tous les chocolats dans les boîtes, il compte 10 boîtes. Combien a-t-il rangé de chocolats ?

On applique la même relation multiplicative $\times 6$ pour trouver le nombre de chocolats : $? = 10 \times 6 = 60$

x 6

Nombre de boîtes	Nombre de chocolats
1	6
10	?

x 6

Matériel :

Une affiche par groupe d'élèves et les 4 fiches-élèves (*, **, sup* et sup**).

Déroulement

Phase 1 : consignes 1 et 2

Lire les énoncés et compléter les différents tableaux. Ce travail peut se faire en groupe.

Phase 2

Instaurer un débat à partir des hypothèses proposées par les élèves pour identifier les différents sens des flèches, les opérations utilisées et les nombres qui accompagnent le signe « multiplier par » et le signe « diviser par ».

Faire émerger que lorsque l'on multiplie par un nombre dans un sens, on divise par le même nombre dans l'autre sens. Ainsi, quand une quantité varie dans un sens, elle varie dans la même proportion mais dans l'autre sens. Autrement dit, si on multiplie par a dans un sens, on divise par a dans l'autre sens et réciproquement.

Phase 3 : consigne 3

Demander aux élèves de compléter les tableaux. Ce travail peut se faire en groupe. Puis les amener à s'interroger sur la manière dont ils ont utilisé les flèches et le sens de celles-ci.

Phase 4

Instaurer un débat à partir des hypothèses proposées par les élèves (en individuel ou en groupe) pour identifier dans quelles situations les flèches sont plus faciles à utiliser que d'autres.

Par exemple, faire émerger que lorsque la flèche aboutit sur le ? la relation inverse est plus utile à utiliser que lorsque la flèche n'aboutit pas sur le ?

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier

Différentes difficultés peuvent apparaître pour :

- Traduire les données du texte dans le tableau
- Identifier les grandeurs en relation dans les textes proposés
- Trouver la relation entre les nombres par le calcul.

Prolongements de la séance

Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entraîner.

Rappels : procédures de résolution des problèmes multiplicatifs de type proportionnalité simple à la page suivante.

Procédures de résolution d'un problème de proportionnalité simple : multiplication

Problème 1 : Une rose coûte 3 €. Un bouquet contient 10 roses. **Combien coûte un bouquet de 10 roses ?**

Première méthode : par colonne

Utiliser les rapports de comparaison à l'intérieur d'un même domaine de grandeur (entre les lignes du tableau)

	Nombre de roses	Prix en euros	
$\times 10$	10	?	$\times 10$
	1	3	

Calcul vertical

1. 10 roses c'est 10 fois plus que 1 rose.
On trouve le rapport $\times 10$ (1^e colonne)
2. 10 roses coutent 10 fois plus cher que 1 rose.
On utilise le rapport $\times 10$ dans la 2^e colonne.
3. $3 \times 10 = 30 \rightarrow$ Le prix de 10 roses est de 30 €

Deuxième méthode : par ligne

Utiliser la fonction linéaire entre les 2 domaines de grandeur (entre les colonnes du tableau)

	Nombre de roses	Prix en euros
$\times 3$	10	?
	1	3
$\times 3$		

Calcul horizontal

1. On cherche le coefficient de proportionnalité entre les 2 domaines de grandeur (2^e ligne).
On trouve le coefficient $\times 3$
2. On utilise ce coefficient $\times 3$ dans la 1^e ligne
3. $10 \times 3 = 30 \rightarrow$ Le prix de 10 roses est de 30 €

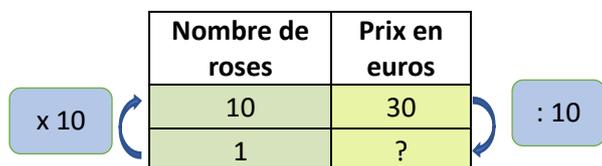
L'opération à faire est une **multiplication** $3 \times 10 = \dots$ ou $10 \times 3 = \dots$

Procédures de résolution d'un problème de proportionnalité simple : division partition

Problème 2 : Un bouquet de 10 roses coûte 30 €. Combien coûte 1 rose ?

Première méthode : par colonne

Utiliser le rapport de comparaison à l'intérieur d'un même domaine de grandeur (entre les lignes du tableau)

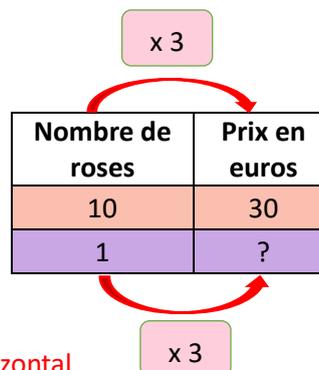


Calcul vertical

- 10 roses c'est 10 fois plus que 1 rose.
On trouve le rapport $\times 10$ (1^e colonne)
- 1 rose coûte 10 fois moins cher que 10 roses.
On utilise le rapport inverse $: 10$ dans la 2^e colonne.
- $30 : 10 = 3 \rightarrow$ Le prix de 1 rose est de 3 €

Deuxième méthode : par ligne

Utiliser la fonction linéaire entre les 2 domaines de grandeur (entre les colonnes du tableau)



Calcul horizontal

- On cherche le coefficient de proportionnalité entre les 2 domaines de grandeur (1^e ligne).
On trouve le coefficient $\times 3$ car $10 \times 3 = 30$
- On utilise ce coefficient dans la 2^e ligne
- $1 \times 3 = 3 \rightarrow$ Le prix de 1 rose est de 3 €

L'opération à faire est une **division partition** pour chercher la valeur de 1 part.

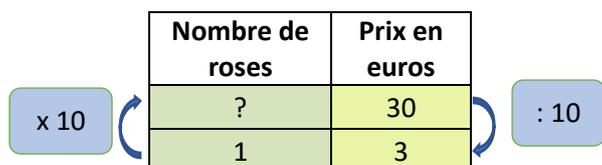
$30 : 10 = ?$

Procédures de résolution d'un problème de proportionnalité simple : division quotient

Problème 3 : Les roses sont groupées en bouquets. Une rose coûte 3 € et un bouquet coûte 30 €. Combien y a-t-il de roses dans un bouquet ?

Première méthode : par colonne

Utiliser le rapport de comparaison à l'intérieur d'un même domaine de grandeur (entre les lignes du tableau)

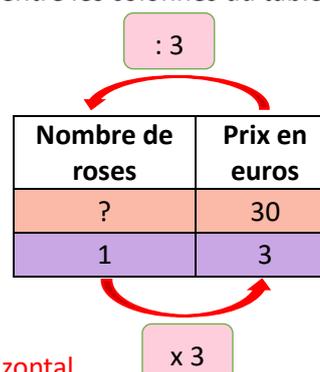


Calcul vertical

- 3 € c'est 10 fois moins que 30 €.
On trouve le rapport $: 10$ (2^e colonne)
- On utilise le rapport inverse $\times 10$ dans la 1^e colonne.
- $1 \times 10 = 10 \rightarrow$ Le nombre de roses est de 10

Deuxième méthode : par ligne

Utiliser la fonction linéaire entre les 2 domaines de grandeur (entre les colonnes du tableau)



Calcul horizontal

- On cherche le coefficient de proportionnalité entre les 2 domaines de grandeur (2^e ligne).
On trouve le coefficient $\times 3$ car $1 \times 3 = 3$
- On utilise le coefficient inverse $: 3$ dans la 1^e ligne
- $30 : 3 = 10 \rightarrow$ Le nombre de roses est de 10

L'opération à faire est une **division quotient** pour chercher le nombre de parts.

$30 : 3 = ?$